

# גלים ואופטיקה 7703

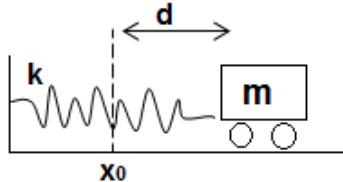
פרק 1 - תנועה הרמוניית -

## תוכן העניינים

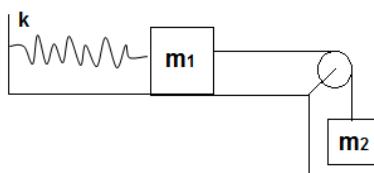
1	.תנועה הרמוניית פשוטה
3	.בור פוטנציאלי
5	.תנועה הרמוניית מרווחנת
7	.תנועה הרמוניית מאולצת.

## תנועה הרמוניית פשוטה:

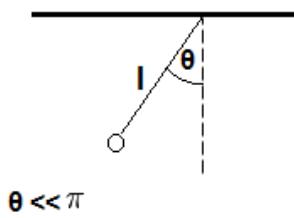
שאלות:



- 1) דוגמה - מסה מתגונשת במסה  $m$  מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ המחבר לקיר בעל קבוע קפוץ  $k$ . מותנים את המסה מרחק  $d$  מהמקום בו הקפוץ רופיע ומשחררים ממנוחה. מצא את  $(t)$  של המסה.



- 2) דוגמה - מסה על שולחן מחוברת למסה תלוייה  $m_1$  מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפוץ בעל קבוע  $k$ . מהמסה יוצאת חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית וקשרו למסה נוספת תלוייה באוויר  $M$ .
- מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת (קבע את הראשית בנקודת שבה הקפוץ רופיע).
  - מצא את תדירות התנועה של המערכת.
  - מהי האמפליטודה המקסימלית האפשרית לתנועה כך שהמתיחות בחוט לא תתאפס במהלך התנועה?



- 3) דוגמה - מטוטלת מתמטית (עם אנרגיה) נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקרנה. אורך החוט של המטוטלת הוא  $l$ . מצא את תדריות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן. הניח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה  $\theta$  (דרך אנרגיה).

### תשובות סופיות:

$$x(t) = -\frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}t + \frac{\pi}{2}\right) + x_0 \quad (1)$$

$$A_{max} = \frac{g}{\omega^2} \cdot \lambda \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \cdot \nu \quad x = \frac{m_2 g}{k} \cdot \lambda \quad (2)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \theta(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

## בור פוטנציאלי:

שאלות:

### 1) פוטנציאל לנארד-ג'ונס

פונקציית הפוטנציאל של לנארד ג'ונס מתארת את האינטראקציה בין אטומים

$$U(r) = \epsilon \left[ \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} - 2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right]$$

כאשר  $\epsilon$  ו-  $r_0$  קבועים ו-  $r$  הוא המרחק בין המולקולות. מצא את התדריות של תנודות קטנות סביב שיווי משקל של המערכת. ניתן להניח שמדובר בחלקיק אחד במשקל  $m$  המרגיש את הפוטנציאל מחלקיק שני במשקל  $M$  הנשאר נייח ( $M \ll m$ ).

### 2) מטוטלת מתמטית וקפיץ עם אנרגיות

מטוטלת עם מסה  $m$  תלולה מהתקלה באמצעות חוט באורך  $L$ .

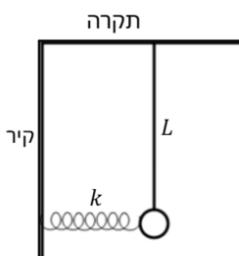
kosherim למסה קפיץ בעל קבוע  $k$  המחבר אופקטיבית לקיר.

הקפיץ במצב רופוי כאשר החוט מאונך לתקרה.

מזיזים את המסה זווית קטנה  $\theta$  ימינה ומשחררים ממנוחה.

א. מצאו את הזווית של המסה כתלות בזמן.

ב. מהי המתייחסות בחוט כאשר המוט נמצא במצב א נכי תוך כדי תנועה.



### 3) עיפרון עם מוטות בשוויי משקל

הגוף שבאיור מורכב מעיפרון בעל מסה זניחה ואורך  $L$ .

לקצה של העיפרון מחוברים שני כדורים בעלי מסה  $m$

באמצעות מקלות דקים חסרי מסה באורך  $l$  ובזווית  $\alpha$ .

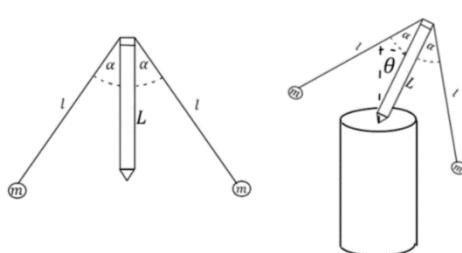
מניחים את הגוף על מעמד ומטילים אותו בזווית  $\theta$  במישור הדף.

א. רשמו את האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף כתלות בזווית  $\theta$ .

ב. באיזו זווית  $\theta$  יהיה הגוף בשוויי משקל?

ג. מה התנאי לכך ששוויי המשקל יהיה יציב?

ד. מהו זמן המחזור של התנדות סביב נקודת שוויי המשקל?



**תשובות סופיות:**

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{72\varepsilon}{mv_0}} \quad (1)$$

$$T = mg + (mg + kL)\theta_0^2 \cdot \text{ב} \quad \theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{mg + kL}{mL}} \cdot t\right) \cdot \text{א} \quad (2)$$

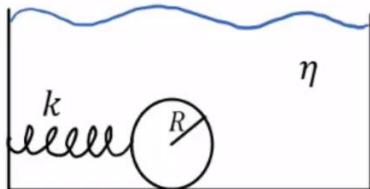
$$L < l \cos \alpha \cdot \text{ג} \quad \theta = 0 \cdot \text{ב} \quad U = 2mg(L - l \cos \alpha) \cos \theta \cdot \text{א} \quad (3)$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{l \cos \alpha - L}{L^2 + l^2 - 2Ll \cos \alpha}}} \cdot \text{ט}$$

## תנועה הרמוניית מרוסנת:

שאלות:

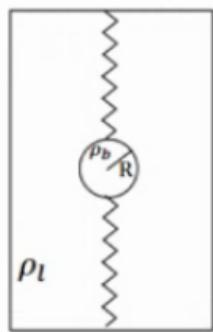
**(1) כדור במיכל מים**



כדור בעל מסה  $m$  ורדיויס  $R$  נמצא בתחום מיכל מים ומחובר באמצעות קפיץ אופקי לדופן המיכל. קבוע הקפיץ הוא  $k$ . בתנועת הגוף במים, מפעלים המים על הכדור כוח התנגדות המתכוונתי וההפוך למחרותו. כוח זה נקרא כוח סטוקס וגודלו הוא:  $-6\pi R^2 \eta \ddot{x}$ . כאשר  $\ddot{x}$  היא צמיגות המים ו-  $R$  הוא רדיוס הכדור.

התיחס ל-  $m$ ,  $k$ ,  $\eta$ ,  $R$  נתונים ומצא את תדירות התנודות של הכדור בהנחה ש-  $R < \frac{\sqrt{mk}}{3\pi\eta}$ .

**(2) שני קפיצים בנוזל**



כדור נמצא בתחום תיבת מלאה במים ומחובר עם קופץ אידיאלי לקצה העליון של התיבה ועם קופץ אידיאלי נוסף זהה לקצה התיכון של התיבה.

נתון:  $R$  - רדיוס הכדור,  $\rho_b$  - צפיפות המסה של הכדור,  $\rho_l$  - צפיפות המסה של המים,  $K$  - קבוע שני הקפיצים ו-  $\eta$  - צמיגות המים.

(תזכורת: כאשר כדור מצוי בתחום נוזל פועלים עליו כוח ציפה:  $F = \rho_l V g$  וכוח סטוקס:  $F = 6\pi R \eta \ddot{x}$ .

א. מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת.

ב. מה התנאי יהיה תנודות הרמוניות?

מצא את התדירות בהנחה שתנודות אלו מתקינות.

ג. מצא את התנאי בו יחולר הכדור כדי מהר לנקודת שיווי המשקל.

**(3) איבוד אנרגיה במחזור**

בתנועה הרמוניית מרוסנת קיימים ריסוון חלש כך שהאמפליטודה של התנועה יורדת ב-2.5 אחוז כל מחזור. בכמה אחוז יורדת האנרגיה בכל מחזור?

**4) משקלות במיכל מים תלוייה מהתקרה**

משקלות שמסתה :  $M = 1\text{kg}$  נמצאת במיכל מים ומחוברת לתקרה באמצעות

$$\text{קפי} \ddot{\text{z}} \text{ בועל קבוע : } 20 \frac{\text{N}}{\text{m}} = k.$$

$$\text{כוח ההתנגדות שפעילים המים הוא מהצורה של : } \ddot{\text{z}} - \lambda = \vec{F} \text{ כאשר : } 4 \frac{\text{kg}}{\text{sec}} = \lambda \text{ ו- } \ddot{\text{z}} \text{ היא מהירות המשא.}$$

הניחו שהמשקלות אינה יוצאת מהמים ואנייה פוגעת ברצפה.

א. תוק כמה זמן תרד האמפליטודה לחמישית מגודלה ההתחלתית?

(הניחו שהפאה היא אפס)

ב. לאחר כמה מחזוריים זה יקרה?

**5) מסה באمبט מים וدبש**

מסה :  $m = 2\text{kg}$  נמצאת באمبט מלא מים, המסה מחוברת באמצעות שני

$$\text{קפי} \ddot{\text{z}} \text{ים והם בעלי קבוע : } 25 \frac{\text{N}}{\text{m}} = k \text{ לשתי דפנות האمبט ונעה ללא חיכוך עם}$$

ריצפת האمبט. מזיזים את המסה  $0.5\text{m}$  מנקודת שיווי המשקל ומשחררים

$$\text{מנוחה. התנגדות המים מפעילה כוח גרא. } \ddot{\text{z}} - \lambda = \vec{F} \text{ כאשר : } 10 \frac{\text{kg}}{\text{sec}} = \lambda.$$

א. מהו העתק המסה כתלות בזמן?

ב. מחליפים את המים בدبש מה שגדיל את  $\lambda$  פי  $\sqrt{2}$ . מזיזים שוב את

המסה  $0.5\text{m}$  ומשחררים, מהו העתק המסה כתלות בזמן?

**תשובות סופיות:**

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{k}{m} - \left( \frac{3\pi R \eta}{m} \right)^2} \quad (1)$$

$$\frac{2K}{m} = \frac{6\pi\eta R^2}{2m} \cdot \lambda \quad \omega^* = \sqrt{\frac{2K}{m} - \left( \frac{6\pi\eta R}{2m} \right)^2} \quad \text{ב.} \quad y_{eq} = \frac{F_b}{2K} \cdot \text{א.} \quad (2)$$

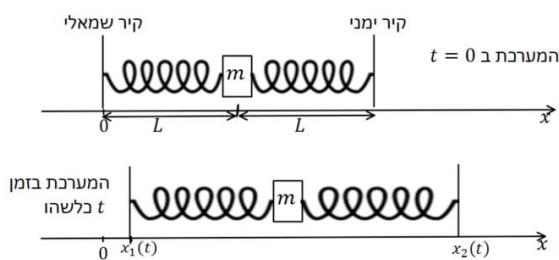
5% (3)

ב. בערך מחזור אחד. 1.6 sec. א. (4)

$$x(t) = \left( \frac{1}{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} t \right) e^{-5\sqrt{2}t} \cdot \text{ב.} \quad x(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-5t} \cos\left(5t + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \text{א.} \quad (5)$$

## תנועה הרמוניית מאולצת:

שאלות:



על המסה פועל כוח גרא:  $-F = -bv$ . ב-  $t=0$  הקירות מתחילהים לוזו. ראשית הזרמים ממוקמת במרכז התנועה של הקיר השמאלי והכוון החיוויי ימינה.

מיקום הקירות כתלות בזמן הוא:  $x_1(t) = d \sin(\omega t)$ ,  $x_2(t) = 2L + 2d \sin(\omega t)$ .  
נתונים:  $m$ ,  $d$ ,  $L$ ,  $\omega$ ,  $k$ ,  $b$ .

- א. מהי תדירות התנועה ומהי האמפליטודה?
- ב. מה התנאי לתהודה בהנחה כי הריסון חלש מאוד?

### 2) מציאת תדרות רביע אמפליטודה

מסה  $m$  מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע  $k$ , המסה נעה על מישור חלק ללא חיכוך.

על המסה פועל כוח גרא:  $-F = -f = -b \cdot v$  וכוח מאלץ:  $F(t) = f = d \cdot \cos(\omega t)$ .

מציאת תדרות הכוח בה אמפליטודת התנועה במצב העמיד תהיה רביע מהאמפליטודה המקסימלית.

הנח כי:  $d = b$ ,  $m = 1$ ,  $\omega = \sqrt{mk}$  נתוניים וכי:

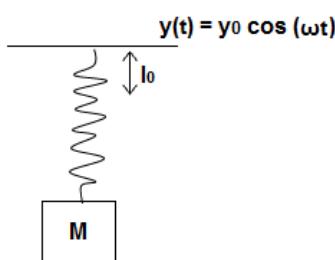
### 3) מסה תלולה על קרש נע

מסה  $M$  מחוברת באמצעות קפיז אנכי לקרש אופקי הנע בציר ה-  $y$

לפי:  $y(t) = y_0 \cos(\omega t)$ .

קבוע הקפיז  $k$  ואורכו הרפו  $l_0$  נתוניים.

מציאת מיקום המסה כפונקציה של הזמן.



### תשובות סופיות:

$$\omega \sim \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \text{ב.} \quad A(\omega) = \frac{\frac{3kd}{m}}{\sqrt{\left(\frac{2k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2 \omega^2}} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2}} \quad (2)$$

$$y(t) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\frac{k}{m} - \omega^2} \cos \omega t + y'_0 \quad (3)$$